

Le Poisson de Sisyphe (シシュポスの魚)

吉田恭, Op.(-78)

2023年4月2日

1 第1曲, Op. (-78), No. 1

1. 既存曲を任意に1曲選ぶ。または曲の一部でもよい。以下、これを原曲と呼ぶ。
2. カウンター（第4節参照）の時定数 τ [秒]の値を決める。
3. 原曲の演奏開始と同時に、カウンターを始動する。
4. カウンターが上がるごとに、原曲の頭に戻って演奏を始める。
5. カウンターが上がる前に原曲の終わりに到達したら、演奏終了。

2 第2曲, Op. (-78), No. 2

1. 原曲を選ぶ。
2. カウンターの時定数 τ [秒]の値を決める。
3. 数 M を決めて、原曲をそれぞれ演奏時間がほぼ等しくなるように M 個の部分に分割する。曲頭から順に、第1部、第2部、...、第 M 部とする。
4. 原曲の演奏開始と同時に、カウンターを始動する。
5. カウンターが上がった時は、その時演奏していた部の先頭に戻って演奏を始める。

6. カウンターが上がる前に原曲の終わりに到達したら、演奏終了。

3 第3曲, Op. (-78), No. 3

1. 原曲を選ぶ。
2. カウンターの時定数 τ [秒] の値を決める。
3. 数 M を決めて、原曲をそれぞれ演奏時間がほぼ等しくなるように M 個の部分に分割する。曲頭から順に、第1部、第2部、...、第 M 部とする。
4. 原曲の演奏開始と同時に、カウンターを始動する。
5. カウンターが上がった時は、コイン（第4節参照）を作動させる。
6. カウンターが上がった時点で第 i 部を演奏していた場合、コインが $+$ のときは第 $(i+1)$ 部の先頭から演奏する、コインが $-$ のときは第 $(i-1)$ 部の先頭から演奏する。ただしカウンターが上がった時点で第1部を演奏していてコインが $-$ だった場合は、第1部の先頭から演奏する。またカウンターが上がった時点で第 M 部を演奏していてコインが $+$ だった場合は、その時点で演奏終了。
7. カウンターが上がる前に原曲の終わりに到達したら、演奏終了。

4 装置

カウンターは、時定数 τ [秒] のポアソン過程 $N_\tau(t)$ の標本の1つを、演奏開始からの時刻 t [秒] に沿って表示する装置である。ポアソン過程の定義は第A節を参照。 $N_\tau(t)$ の値自体は重要ではなく、カウンターには $N_\tau(t)$ の値が変化する（カウンターが上がる）瞬間を光または音で演奏家に知らせる機能があれば十分である。第3曲で使用するコインの値 $\{+, -\}$ も演奏者が認識できるようにする。または、コインの値より次に第何部の先頭から演奏するかを直接知らせられれば、より望ましい。

ポアソン過程 $N_\tau(t)$ はコンピュータ等を用いて生成してもよいし、第B節の表1、2を用いて作成してもよい。コインの値 $\{+, -\}$ はコンピュータ等を用いて生成してもよいし、実物のコインを投げてその表裏で決め

てもよいし、第 C 節の表 3 を用いて作成してもよい。ポアソン過程 $N_\tau(t)$ とコインの値 $\{+, -\}$ の列は演奏と同時に生成してもよいし、演奏前に予め用意しておいてもよい。ただし、演奏者はカウンターの上がるタイミングなどを予め知らない方が望ましい。

5 設定の例

5.1 第 1 曲, Op. (-78), No. 1

原曲の長さを $T = 60$ [秒] とする。時定数を $\tau = 30$ [秒] とする。第 B 節の表 1 の先頭からのデータを使うと、カウンターが上がる時間間隔は秒単位で

13.2, 15.6, 33.3, 1.8, 51.1, 5.9, 1.7, 21.4, 76.3

となる。この場合演奏者は、原曲を (1) 冒頭から 13.2 秒演奏、(2) 冒頭から 15.6 秒演奏、(3) 冒頭から 33.3 秒演奏、(4) 冒頭から 1.8 秒演奏、(5) 冒頭から 51.1 秒演奏、(6) 冒頭から 5.9 秒演奏、(7) 冒頭から 1.7 秒演奏、(8) 冒頭から 21.4 秒演奏、(9) 冒頭から 60 秒演奏で原曲の終わりに到達、で演奏終了となる。演奏時間は約 204 秒。

5.2 第 2 曲, Op. (-78), No. 2

原曲の長さを $T = 60$ [秒] とする。時定数を $\tau = 15$ [秒] とする。分割数を $M = 4$ とし、各部の長さは $T/M = 15$ [秒] である。第 B 節の表 1 の先頭からのデータを使うと、カウンターが上がる時間間隔は秒単位で

6.6, 7.8, 16.7, 0.9, 25.5, 3.0, 0.9, 10.7, 38.1

となる。この場合演奏者は、原曲を (1) 第 1 部冒頭から 6.6 秒演奏、(2) 第 1 部冒頭から 7.8 秒演奏、(3) 第 1 部冒頭から 16.7 秒演奏、(4) 第 2 部冒頭から 0.9 秒演奏、(5) 第 2 部冒頭から 25.5 秒演奏、(6) 第 3 部冒頭から 3.0 秒演奏、(7) 第 3 部冒頭から 0.9 秒演奏、(8) 第 3 部冒頭から 10.7 秒演奏、(9) 第 3 部冒頭から 30 秒で原曲の終わりに到達、で演奏終了となる。演奏時間は約 102 秒。

5.3 第3曲, Op. (-78), No. 3

原曲の長さを $T = 60$ [秒] とする。時定数を $\tau = 15$ [秒] とする。分割数を $M = 4$ とし、各部の長さは $T/M = 15$ [秒] である。第B節の表1の先頭からのデータを使うと、カウンターが上がる時間間隔は

6.6, 7.8, 16.7, 0.9, 25.5, 3.0, 0.9, 10.7, 38.1

となる。コインについて第C節の表3の先頭からのデータを使うと

+, -, +, -, -, -, +, +

となる。この場合演奏者は、原曲を (1) 第1部冒頭から 6.6 秒演奏、(2) 第2部冒頭から 7.8 秒演奏、(3) 第1部冒頭から 16.7 秒演奏、(4) 第3部冒頭から 0.9 秒演奏、(5) 第2部冒頭から 25.5 秒演奏、(6) 第2部冒頭から 3.0 秒演奏、(7) 第1部冒頭から 0.9 秒演奏、(8) 第2部冒頭から 10.7 秒演奏、(9) 第3部冒頭から 30 秒で原曲の終わりに到達、で演奏終了となる。演奏時間は約 102 秒。

6 演奏上の注意

ポアソン過程の時定数 τ [秒] は、カウンターの上がる平均の時間間隔である。原曲の長さを T [秒]、原曲の分割数を M とする。第1曲に関しては T [秒] に対して、第2,3曲に関しては T/M [秒] に対して、 τ [秒] が短くなれば短くなるほど反復回数が多くなり曲の演奏時間が平均的に長くなる。曲の反復回数は T/τ にほぼ指数関数的に依存するので、 τ を短くしすぎると総演奏時間が演奏不能なほど長くなる。逆に T [秒] (第1曲)、 T/M [秒] (第2,3曲) に対して τ [秒] を長くしすぎると、反復せず通常通り1回演奏して終わってしまう確率が高くなる。原曲の選択、 T に対する τ の値の設定、第2,3曲に関しては曲の分割数 M の設定、は演奏者の裁量に任せられ、それらが演奏の印象に影響する。

例えば反復なしで通常通り演奏して終了するなど望ましくない場合を避けるために、ポアソン過程の最初の方 (例えばカウンターが 2,3 回上がるまで) を演奏前に予め用意しておくのが無難である。最初の方のポアソン過程を生成して気に入らなければ、生成しなおせばよい。続きのポアソン過程は演奏中に生成してもよい。ただし、演奏前に決めたポアソン過程の生成方針を演奏中に変更してはならない。特に、カウンターが上がったのを恣意的に無視したりしてはならない。なぜなら、それはポアソン過程の標本ではなくなってしまうからである。

A ポアソン過程

ポアソン過程は、時間的にランダムに発生する事象のカウント数をモデル化した確率過程である。モデル化にあたって異なる事象間に相関は無いとしている。ある時間間隔 t の間のカウント数を $N_\tau(t)$ と書く。時定数 τ は事象間の平均時間間隔を表す。カウント数 $N_\tau(t)$ は確率過程なので、標本毎に（実験する毎に） $N_\tau(t)$ は異なる t の関数となる。また1つの標本（1回の実験）の中でも事象間の時間間隔は様々な値をとる。ある時間 t の間に、ある店に入店した人の数、ある市で生まれた子供の数、ある国で発生した地震の回数等は、個々の事象の間の相関が弱くて無視できる場合は、ポアソン過程で近似される。ポアソン過程の数学的な定義は以下で与えられる。

定義 1. 時定数 $\tau (> 0)$ のポアソン過程 $\{N_\tau(t), t \geq 0\}$ とは、以下を満たす計数過程である。

1. $N_\tau(0) = 0$ 。
2. 確率過程 $N_\tau(t)$ は定常で、独立増分を持つ。
3. $N_\tau(t) = n$ となる確率は $e^{-t/\tau} \frac{(t/\tau)^n}{n!}$, $n = 0, 1, 2, \dots$ で与えられる。

更なる語句の説明等は標準的な確率論の本を参照されたい。

B ポアソン過程生成のための乱数表

ポアソン過程では、カウンターの値 $N_\tau(t)$ が初期 $t = 0$ に $N_\tau(0) = 0$ で、その後カウンターの値が1ずつ確率的に上がっていく。よってカウンターの値が i になる時刻 $t_i (i = 1, 2, 3, \dots)$ を指定すれば、ポアソン過程の標本が1つ決まる。時刻 t_i の代わりに時間間隔 $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ を指定しても、ポアソン過程の標本が1つ決めることができる。ただし、 $t_0 = 0$ とする。カウンターの上がる時間間隔は指数分布

$$P_\tau(\Delta t) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}, \quad (\Delta t \geq 0),$$

に従う。表1、2は、時定数 $\tau = 1$ の指数分布に従う擬似乱数表である。この表から数値を選んで最初にカウンターが上がるまでの時間 $\Delta t_1 = t_1 - t_0$ [秒] とする。また新たに表から数値を選んで、次にカウンターが上がるまでの

0.441	0.521	1.110	0.059	1.702	0.198	0.057	0.712
2.542	0.768	1.177	1.996	2.460	0.280	0.588	0.074
3.001	0.443	0.109	0.384	1.759	0.132	0.271	0.934
1.592	0.555	0.368	2.300	2.404	0.840	1.763	3.413
0.063	0.635	1.011	0.743	0.480	0.463	0.835	1.420
0.892	0.601	0.496	1.567	1.632	0.035	4.379	1.017
3.770	1.626	2.462	0.671	0.250	1.253	2.206	2.681
0.090	2.554	0.926	0.167	0.694	1.775	0.560	0.572
0.066	1.530	2.685	1.738	0.164	1.206	0.305	0.704
0.221	0.610	0.512	0.363	0.830	1.491	0.514	0.025
0.153	0.710	0.092	0.062	0.878	0.339	0.705	2.190
0.485	0.204	0.355	1.856	0.652	1.098	0.762	1.307
1.233	0.983	0.759	0.839	0.635	1.345	0.475	0.172
1.738	0.104	0.183	0.773	4.611	1.520	0.663	1.357
0.371	0.067	0.292	1.081	0.708	0.011	0.025	0.813
0.573	0.627	0.370	0.470	1.250	1.040	2.244	0.321
0.104	1.159	3.725	0.577	0.671	1.494	1.201	0.626
0.020	1.416	0.197	1.390	0.456	1.197	0.403	0.081
0.446	1.012	0.119	1.165	0.008	0.958	0.394	2.236
2.288	0.945	0.971	0.846	0.385	1.208	0.314	0.139
0.175	0.144	0.219	0.816	0.360	1.104	0.592	1.063
1.940	0.271	0.319	0.018	0.120	0.309	0.100	0.204
0.463	0.200	0.157	1.348	0.919	1.114	0.068	0.986
0.531	0.911	0.437	1.062	0.767	0.187	0.273	1.326
1.623	0.332	2.297	0.428	0.800	1.217	2.143	0.238
0.673	0.080	0.314	2.719	1.455	2.335	0.698	0.800
0.405	0.444	0.228	1.864	0.617	0.760	3.154	0.420
3.291	0.964	0.368	0.076	0.608	2.014	1.743	1.120
1.044	0.029	0.757	2.097	0.130	0.132	0.174	1.789
0.675	0.239	1.048	1.412	0.668	0.957	0.240	0.091
0.892	0.499	1.356	0.295	0.123	1.452	1.140	2.905
0.829	3.157	1.103	0.122	0.290	0.418	2.449	0.066

表 1: 指数分布 $p(\Delta t) = (\Delta t)^{-1}e^{-\Delta t}$ の擬似乱数表 その 1

0.479	0.578	0.997	0.616	1.498	0.938	0.048	1.118
0.337	1.983	1.264	0.581	0.078	0.701	2.066	0.904
0.532	2.358	1.104	0.060	1.025	0.988	0.282	0.344
0.433	0.108	2.213	2.030	0.231	0.013	0.171	1.601
0.339	0.792	0.585	1.200	1.361	1.917	0.538	2.642
0.753	1.333	0.106	0.009	0.183	0.397	0.454	1.001
0.486	0.120	0.336	0.049	0.517	0.488	0.165	0.460
0.347	0.131	0.015	1.453	0.013	0.227	0.096	0.465
5.143	0.988	3.045	1.491	1.119	0.045	3.235	0.999
1.620	1.130	4.842	0.501	0.848	1.738	0.350	1.239
0.314	0.500	0.535	1.115	0.235	0.609	3.397	1.549
0.697	0.283	1.396	1.331	0.744	1.327	1.992	0.008
1.213	0.122	0.007	2.969	0.424	0.631	0.186	2.150
0.173	0.649	0.914	2.233	0.121	0.597	0.350	0.079
0.011	2.215	0.208	1.894	1.309	0.481	0.452	0.323
2.815	0.016	0.055	0.592	2.522	0.615	0.965	1.760
1.167	0.209	0.167	0.245	1.415	2.125	0.582	0.493
0.995	2.203	1.079	0.796	2.341	1.156	0.001	0.219
1.017	0.534	1.195	0.162	2.052	0.266	3.331	0.366
0.257	0.858	0.126	0.659	4.573	0.411	1.313	1.295
1.164	0.736	1.115	0.075	0.644	2.163	0.299	1.842
0.599	0.187	2.078	0.720	1.085	0.670	0.700	1.530
0.881	0.736	0.145	0.950	2.023	0.430	1.383	1.454
0.524	0.446	0.628	1.326	2.524	0.362	0.399	1.922
0.499	0.000	1.368	1.492	5.876	1.130	0.232	1.682
0.504	0.397	0.992	0.983	1.062	0.487	2.108	0.519
0.282	0.031	1.380	0.961	1.374	0.050	1.716	0.609
1.266	1.322	0.616	0.197	0.378	0.858	0.423	0.869
1.553	1.259	0.352	0.679	2.412	5.704	0.289	0.040
0.950	0.701	0.135	0.626	0.255	0.136	0.110	2.517
1.058	1.044	0.956	3.787	3.157	1.319	0.850	0.526
2.171	0.097	0.504	0.391	0.422	0.216	0.876	0.111

表 2: 指数分布 $p(\Delta t) = (\Delta t)^{-1}e^{-\Delta t}$ の擬似乱数表 その 2

時間間隔 $\Delta t_2 = t_2 - t_1$ [秒] とする。これを繰り返すことで時定数 $\tau = 1$ [秒] のポアソン過程の標本が得られる。表から数値を選ぶ方法は、適当なところから始めて順番に選んでもよいし、出鱈目に指差して選んでもよい。ただし、途中で気に入らない数値が出てきたときにその数値を飛ばす、同じ数値を意図的に繰り返して選ぶなど恣意的なことをしてはいけない。それはポアソン過程の標本ではなくなってしまう。最初に選ぶやり方を決めたら、そのやり方で最後まで選ぶ。気に入らない標本であった場合はその標本を破棄してもう一度最初からやり直せばよい。時定数が 1 [秒] と異なる任意の τ [秒] のポアソン過程の標本を生成するためには、表の値を全て τ [秒] 倍にして使えばよい。

C コインの乱数表

第3曲、Op. (-78), No. 3 でカウンターが上がったときのコインの値は、表3を使って決めてもよい。適当なところから始めて順番に選んでもよいし、出鱈目に指差して選んでもよい。ただし、途中で気に入らない値が出てきたときにその値を飛ばす、同じ値を意図的に繰り返して選ぶなど恣意的なことをしてはいけない。

+	-	+	-	-	-	+	+	+	-	+	+	-	-	-	+
+	-	-	-	+	-	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+
-	-	+	-	-	+	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+
+	+	-	+	+	-	-	+	+	-	+	+	-	+	-	-
-	-	+	-	+	-	+	+	-	+	-	+	+	+	-	+
+	-	+	-	-	+	+	-	+	+	+	-	+	-	+	+
+	+	-	+	-	-	+	-	+	+	+	+	+	+	-	+
-	+	-	-	+	+	-	+	+	-	+	-	-	+	-	-
-	+	+	+	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+	+
+	-	+	+	+	-	-	+	-	+	+	-	+	+	+	-
-	+	-	+	-	-	-	-	+	+	-	+	+	-	+	+
-	+	-	+	+	+	-	+	-	+	-	-	+	-	-	-
-	-	+	+	+	+	+	+	-	-	+	-	-	-	-	+
-	-	-	+	+	+	+	+	+	+	-	+	-	-	-	-
-	+	+	+	-	+	+	-	-	-	+	+	-	-	-	-
+	+	+	-	-	-	+	+	+	+	-	-	+	-	+	+
+	-	+	+	-	-	+	+	+	-	-	-	+	-	+	-
+	+	+	+	-	+	-	-	+	-	+	-	-	+	+	-
+	-	+	-	-	-	+	+	-	-	+	+	-	+	+	+
+	-	+	-	-	-	+	+	-	-	+	+	-	+	+	+
+	-	+	-	-	-	+	+	-	-	+	+	-	+	+	+
+	-	+	-	-	-	+	+	-	-	+	+	+	+	+	+
-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	-	+	+
-	+	-	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	+	+	+
-	+	+	-	+	-	-	-	-	+	+	+	-	+	+	+

表 3: 離散一様分布 $p(+)=p(-)=1/2$ の擬似乱数表